

Detección de cambio de estado en Sistemas Estructurales.

P. Villalpando (1), R. Boroschek (2)

(1) Eng, Rubén Boroschek y Asociados, pvillalpando@ing.uchile.cl

(2) PhD, Universidad de Chile, rborosch@ing.uchile.cl

Resumen

La acción de diversos tipos de cargas extremas como sismos y explosiones pueden producir cambios de estado en una estructura. La detección temprana de este cambio de estado permite actuar de manera anticipada y reactiva a un posible daño progresivo. En este artículo se presenta un algoritmo que detecta el porcentaje de cambio en un sistema, en base a la potencia de distribución de la probabilidad muestral. Para esto se utiliza un test de Hipótesis e inferencia bayesiana. La evaluación es realizada en frecuencias modales. El algoritmo se alimenta de un vector móvil de información que evalúa en cada nuevo dato la presencia de cambio, el resultado se expresa como un porcentaje de detección. La efectividad del algoritmo es evaluada numéricamente en una señal sinusoidal que tiene una perturbación de ruido gaussiano en la cual se aplica una discontinuidad en forma de escalón y validada con la identificación operacional de frecuencias modales obtenidas a partir del monitoreo continuo en Torre la Central de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, antes y después del terremoto del Maule del 27 de febrero de 2010.

Palabras-Clave: *Detección de Cambio, Test de Hipótesis, Análisis Modal.*

Abstract

The action of various types of extreme loads such as earthquakes and explosions can produce changes of state in a structure. The early detection of this change of state allows acting in an anticipated and reactive way to possible progressive damage. This article presents an algorithm that aims to detect the percentage of change in a system, based on the power of sampling probability distribution. For this a Hypothesis test and Bayesian inference is used. The evaluation is made in modal frequencies. The algorithm is powered by a mobile information vector that evaluates in each new data the presence of change, the result is expressed as a percentage of detection. The effectiveness of the algorithm is evaluated numerically in a sinusoidal signal that has a Gaussian noise disturbance in which a discontinuity is applied in the form of a jump and validated with the operational identification of modal frequencies obtained from continuous monitoring in Torre Central of Faculty of Physical Sciences and Mathematics, before and after the Maule earthquake on February 27, 2010.

Keywords: *Change Detection, Hypothesis Test, Modal Analysis.*

1 Introducción

En este artículo se revisan los conceptos de test de hipótesis, inferencia Bayesiana y su aplicación a la detección de cambio de una señal. Se desarrolla un algoritmo que tiene por finalidad detectar el porcentaje de cambio en base a la potencia de distribución de probabilidad muestral, para ello se considera que los datos poseen una distribución normal cuyo parámetro de cambio es el valor de la media. Se asume que el valor de la desviación estándar muestral es conocido y no varía. El algoritmo es probado numéricamente en una señal sinusoidal con perturbación de ruido gaussiano y es validado con información del monitoreo en Torre la Central de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, antes y después del terremoto del Maule del 27 de febrero de 2010.

2 Detección de cambio en base a Test de Hipótesis

El Test de Hipótesis generalmente considera un problema de decisión binario para un estadístico de prueba, para ello define, H_0 , como Hipótesis Nula; y H_1 , como Hipótesis Alternativa, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** El nivel de significancia, α , es una región “Suficientemente Improbable” de distribución nula H_0 , se caracteriza por ser una zona de rechazo del test.

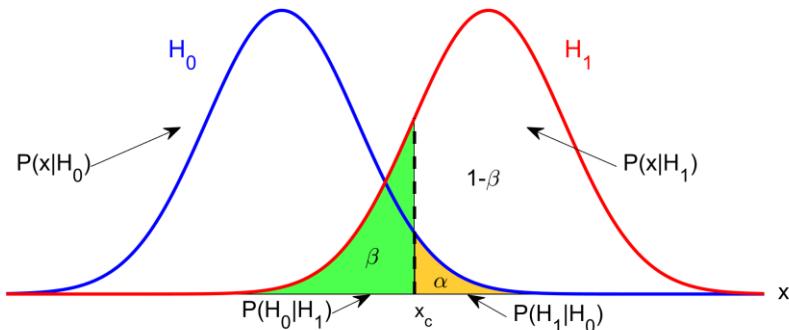


Fig. 1 – Errores Tipo I y Tipo II en Test de Hipótesis

El Error Tipo I ocurre cuando se acepta la Hipótesis Alternativa H_1 y se rechaza la Hipótesis Nula H_0 . La notación utilizada es $P(H_1|H_0)$ y está relacionada con el nivel de significancia, α . El Error Tipo II ocurre cuando se acepta la Hipótesis Nula H_0 y se rechaza la Hipótesis alternativa H_1 , expresado como $P(H_0|H_1)$, se denota con el símbolo β .

Para diseñar un detector óptimo el tamaño de los errores Tipo I y Tipo II, debe ser tan pequeño como sea posible; pero con una muestra de tamaño fijo, disminuir la probabilidad del error Tipo I conduce a incrementar el error Tipo II. Por este motivo se busca minimizar la probabilidad de Error Tipo II, que es equivalente a maximizar el área bajo la distribución de la Hipótesis nula H_1 , que se conoce como Probabilidad de Detección (P_D), en términos de probabilidad se escribe como la ecuación (1).

$$P_D = 1 - P(H_0|H_1) = 1 - \beta \quad (1)$$

Dada la naturaleza variable de los sistemas estructurales, se considera un test de hipótesis de dos lados, en los que valores muy grandes o muy pequeños del estadístico de prueba pertenecen a la hipótesis

alternativa H_1 , en estas pruebas la región de rechazo se comparte en partes iguales entre ambos extremos de la distribución como se observa en Fig. 2

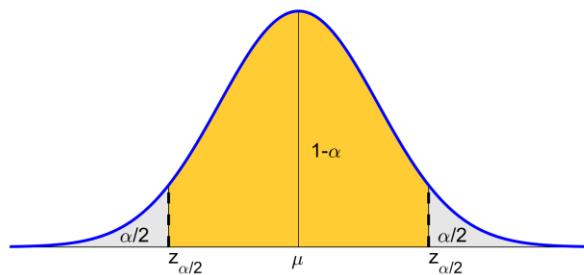


Fig. 2 – Test de hipótesis dos lados

La región de aceptación crítica para una distribución muestral T-student, se define con la ecuación (2)

$$t_{\alpha/2} = \frac{x - \bar{x}}{s} \sqrt{n} \quad (2)$$

Cuando los datos correspondientes a una población muestral cambian de una condición normal a una condición alterada, la distribución cambia haciendo que el estadístico de prueba modifique su valor normal, Fig. 3. Asumiendo que el estadístico de prueba es la media de la distribución, la condición normal μ_0 , migra a una condición nueva μ_1 , debido a un cambio de estado en el sistema, la “*Distancia de Cambio*” que se define como:

$$d_0 = \mu_1 - \mu_0 \quad (3)$$

A través de la distancia de cambio, d_0 , es posible determinar la Detección de Cambio de estado, a partir de la potencia de la distribución de la nueva señal, para esto se utilizan las ecuaciones (2) y (3). El valor de t_1 , para una distribución normal, esta expresado de acuerdo a la ecuación (4) cuando la muestra utiliza la distribución T-student.

$$t_1 = \frac{t_0 s_0 - d_0 \sqrt{n}}{s_1} \quad (4)$$

Donde, t_1 es la probabilidad de error Tipo II, t_0 es la probabilidad de error Tipo I, s_0 es la desviación estándar de la condición normal, s_1 es la desviación estándar de la observación,

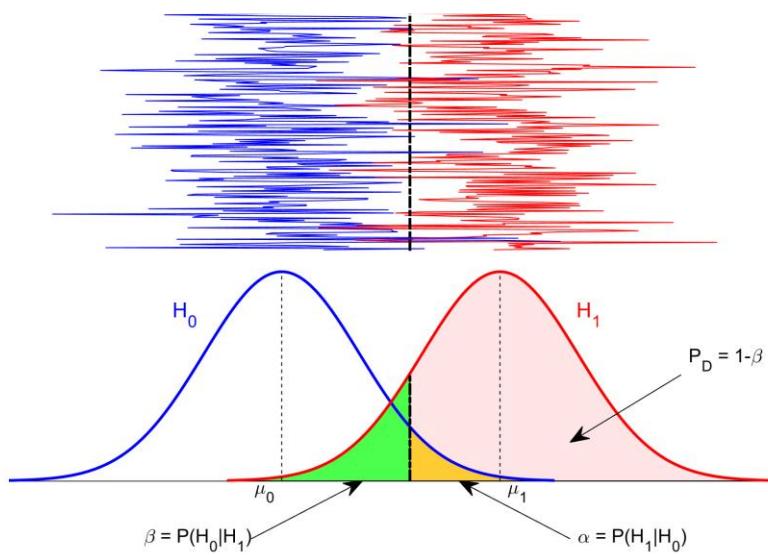


Fig. 3 – Potencia de prueba de una distribución

Cuando las distribuciones para la condición normal H_0 y/o condición alterna H_1 , no son normales, la metodología para la detección de cambio puede ser aplicada con cautela dado que las distribuciones pueden tener un comportamiento que requiere atención adicional.

Inferencia Bayesiana

El teorema de Bayes, en forma paramétrica, se expresa como:

$$P(\theta|x) = \frac{P(x|\theta)P(\theta)}{P(x)} \quad (5)$$

Donde, $P(\theta|x)$ es la distribución a posteriori, $P(x|\theta)$ es la verosimilitud, $P(\theta)$ distribución a priori y $P(x)$ es la evidencia. Con el objeto de simplificar la ecuación (5), es común expresar la distribución a posteriori como una proporcionalidad de la verosimilitud y la información apriori, expresada como:

$$P(\theta|x) \propto P(x|\theta)P(\theta) \quad (6)$$

Considerando que la distribución distribuye como una gaussiana, la media y la varianza que distribución a posteriori están definidas por las ecuaciones (6) y (7), respectivamente:

$$\mu_1 = \sigma_1^2 \left(\frac{\mu_0}{\sigma_0^2} + \frac{n\bar{x}}{\sigma^2} \right) \quad (7)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_0^2 s^2}{s^2 + n\sigma_0^2} \quad (8)$$

Donde, μ_1 y σ_1^2 son la media y la varianza de la distribución a posteriori, μ_0 y σ_0^2 son la media y la varianza de la distribución a priori, \bar{x} y s^2 son la media y la varianza de los datos generados del proceso, y n es la cantidad de datos obtenidos de manera independiente.

3 Procedimiento para detección de cambio

Los siguientes pasos permiten realizar el algoritmo para la detección de cambio, considerando variación de la media de una distribución:

- a) Determinar los parámetros muestrales de la condición normal de la media μ_0 y la varianza σ_0^2 de la población observada.
- b) Asignar un nivel de significancia de la muestra. En caso de no existir requerimientos explícitos un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$, equivalente al 5% de falsas alarmas es un buen estimador.
- c) Definir un umbral porcentual de la Potencia de Prueba, por sobre el cual se considera que el sistema presenta cambio. Preliminarmente puede definirse un valor de 99%.
- d) Con la información de b), es posible obtener la región de aceptación de la distribución en condición normal, para dos extremos, definidos como Límite de Control Superior y Límite de Control Inferior; expresado como $z_{\alpha/2}$ y $-z_{\alpha/2}$, respectivamente, en la Fig. 2, para el caso de distribuciones de dos extremos.
- e) Determinar la cantidad de puntos de observación, N_{obs} , que se van a observar. Conforme mayor sea el valor de N_{obs} , la detección de cambio tiene un retraso en su emisión, pero existe una mayor certeza de cambio en el sistema.
- f) Establecer la cantidad de puntos de cambio de estado, N_{change} ; es decir, cuando la Potencia de Prueba se mantiene por sobre un umbral por N_{change} veces, se asume que ha existido un cambio en el sistema, existe una notificación y se realiza el cálculo preliminar del valor de la media estimada \bar{x} correspondiente al nuevo estado del sistema.
- g) Con los datos de a), b), c), d), e), f) se inicia el proceso iterativo, la información muestral que debe ser evaluada llega de manera secuencial.
- h) Con la información de la condición normal, μ_0 y σ_0^2 ; y la observación \bar{x} y s^2 , se determina el valor de la condición media y varianza a posteriori haciendo uso de las ecuaciones (7) y (8).
- i) Con los parámetros de la distribución a posteriori, μ_1 y σ_1^2 se determina el porcentaje de cambio (Potencia de Prueba), utilizando la función de una distribución acumulada T-student cuando se tiene menos de 35 datos y distribución normal cuando se tienen igual o más de 35 datos.
- j) Si el valor del porcentaje de cambio supera el umbral fijado (en c), un contador empieza a registrar esta información; cuando el contador supera el valor de N_{change} observaciones de manera continua, el algoritmo considera que existe un cambio, genera una alerta y determina preliminarmente los valores de la condición nueva en el sistema a partir de la media μ_1 y la varianza σ_1^2 , que se determinan con los últimos N_{change} registros, luego se hace el cambio de variable $\mu_0=\mu_1$ y $\sigma_0^2=\sigma_1^2$ y el contador vuelve a cero. Los efectos ambientales en las propiedades modales de la estructura son evaluados al considerar la ventana móvil de observación, de modo que cualquier variación sea considerada.
- k) El proceso se repite de manera iterativa desde el índice g).

4 Aplicación, Análisis y Resultados

La aplicación del algoritmo considera dos señales:

- i) Una señal senoidal perturbada con ruido gaussiano y
- ii) Las señales correspondientes a frecuencias operacionales observadas en la Torre Central de la FCFM antes y después del sismo del Maule del 27 de febrero de 2010

Ambas señales muestran un cambio de estado caracterizado por un salto o escalonamiento de la señal en un punto determinado.

4.1 Señal senoidal

Se genera una señal senoidal con un valor medio inicial de $\mu_0 = 2.22$ Hz, a esta señal se aplica una perturbación con ruido normal (con desviación estándar de $\sigma = 0.010$). La señal está construida con cambio de estado, en puntos azules de la Fig. 4, muestra que después de la observación 300 existe un cambio en la señal, equivalente a una reducción del 1.30% de μ_0 , y continua estable hasta la observación 710. Para la detección de cambio, se considera que:

- a. La desviación estándar muestral se determina tomando al menos siete periodos sinusoidales completos de la condición normal, para éste ejemplo se considera un valor de $s = 0.01$.
- b. El valor de la media muestral se determina de la misma forma que la desviación estándar, para este caso se considera un valor de $\bar{x} = 2.22$.
- c. La cantidad de puntos de observación es igual a $N_{obs} = 20$.
- d. La cantidad de puntos para cambio de estado es igual a $N_{change} = 20$.
- e. El umbral de alerta, y nivel de significancia, es igual a 2σ de la distribución a posteriori, equivalente a 2,28%.
- f. El umbral de alarma es igual a 3σ de la distribución a posteriori, equivalente a 0.13%.
- g. El Umbral de Potencia de Prueba igual a 99%.

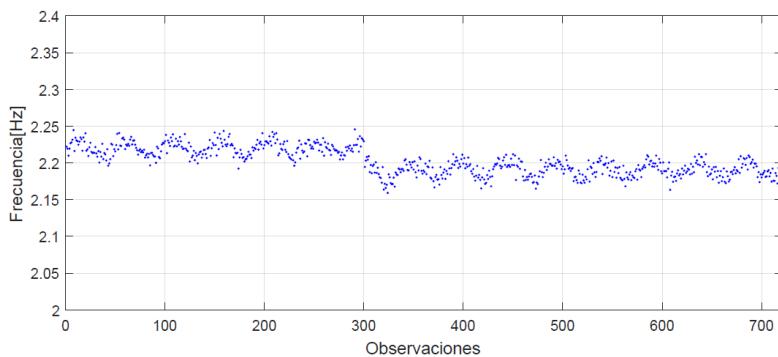


Fig. 4 – Señal con cambio de estado.

La Fig. 5 a), muestra la aplicación del algoritmo con la siguiente descripción: los puntos negros corresponden a las observaciones de la señal construida en la Fig. 4, la línea continua color azul es el promedio de la ventana móvil de los N_{obs} puntos de observación; la línea continua amarilla corresponde al límite de alerta, la línea continua roja es el límite de alarma, la línea vertical color negro es el punto

donde se define como cambio de estado para el sistema; a continuación de la línea de cambio de estado presenta un relleno color rosa para el resto de las observación para una fácil visualización de cambio.

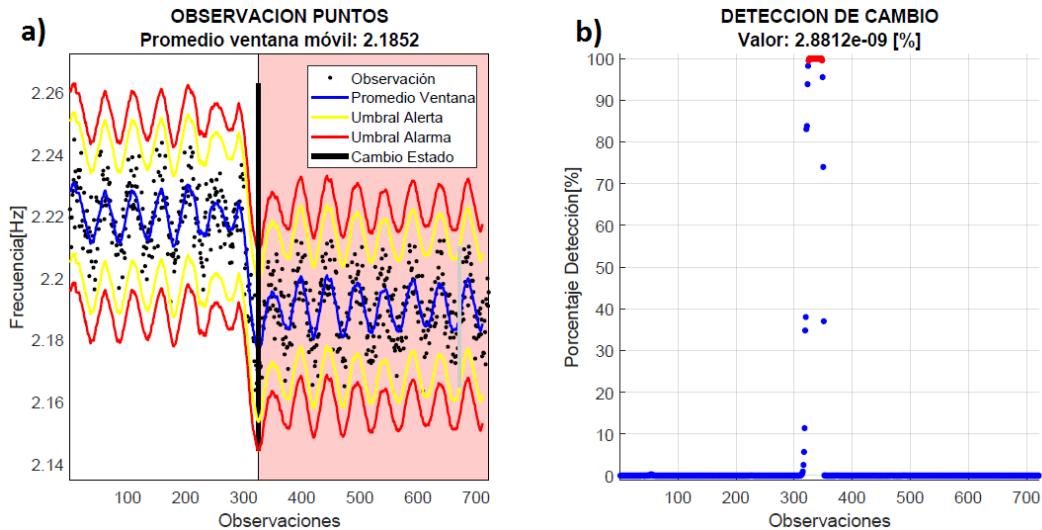


Fig. 5 – Detección de cambio función sinusoidal con aplicación de ruido $\sigma = 0.010$

La Fig. 5 b), muestra la detección de cambio como un porcentaje del potencial de prueba, en puntos color azul, cuando se produce el cambio después de la observación 300, se aprecia un crecimiento progresivo de la detección de cambio hasta estabilizarse en un valor superior al 99%, cuyos puntos tiene un color rojo; luego de mantenerse la señal constante por N_{change} observaciones, el algoritmo reconoce un cambio en el valor medio de las nuevas observaciones y define un cambio de estado en el sistema, que corresponde al primer punto donde se observa el valor superior al potencial de prueba de 99%. Posterior a la detección de cambio el porcentaje de detección baja nuevamente hasta valores que son inferiores al 1% para el resto de la señal.

4.2 Mediciones Torre Central FCFM

El edificio de la Torre Central de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas está estructurado con muros y losas de hormigón armado, tiene 9 niveles y 2 subterráneos. Después del terremoto del Maule del 27 de febrero de 2010, la estructura sufrió un cambio de estado presente en todas las frecuencias globales observadas de la estructura; la Fig. 6 muestra el cambio en las primeras nueve frecuencias observadas entre 1 Hz y 10 Hz.

En este subtítulo se aplica el análisis de detección de cambio a las cuatro primeras frecuencias observadas de manera individual. Se considera toda la data disponible y procesada de la estructura, entre el 07 de abril de 2009 y el 27 de diciembre de 2016. En este periodo se registraron dos terremotos importantes: el 27 de febrero de 2010 (Terremoto del Maule, 8.8 Mw) y el 16 de septiembre de 2016 (Terremoto de Illapel, 8.3 Mw), indicados en la Fig. 6.

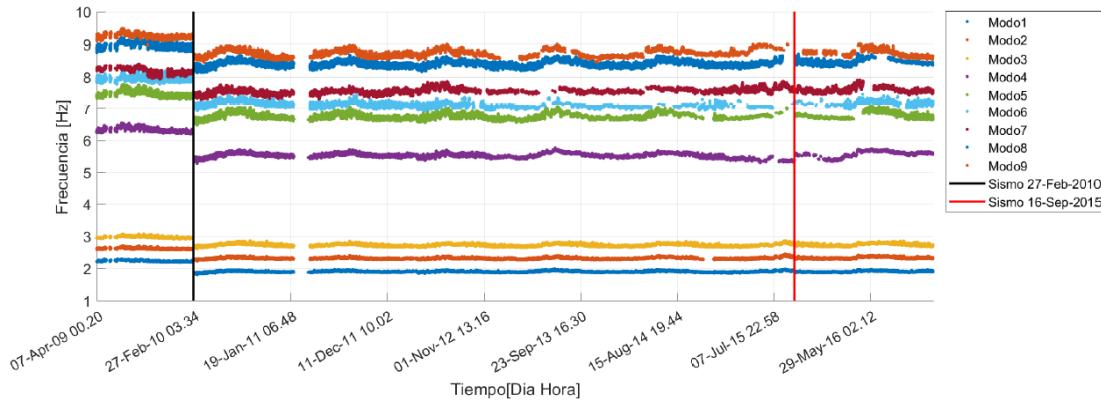


Fig. 6 – Cambio de estado observado en Torre Central

La detección de cambio se realiza considerando los siguientes parámetros:

- La cantidad de puntos de observación es igual $N_{obs} = 10$.
- Se considera que la cantidad de puntos de cambio N_{change} , es igual a N_{obs} .
- El umbral de Potencia de Prueba es igual a 99%,
- La media y la desviación estándar muestral se determinan considerando la variación diaria del sistema por al menos 7 días, de esta forma se considera la variabilidad de una semana,
- El umbral de alerta (nivel de significancia), es igual a 2σ de la distribución a posteriori, equivalente a 2.28% y
- El umbral de alarma es igual a 3σ de la distribución a posteriori, equivalente a 0.13%.

Primera frecuencia observada

La primera frecuencia observada, en su condición normal tiene un rango entre 2.19 Hz y 2.31 Hz, Fig. 7. En la señal existe oscilación entre el día y la noche, y por cambio de estación, que se debe principalmente a la variación de temperatura y humedad anual. Del análisis estadístico realizado se considera un valor a priori para la media de $x = 2.25$ y desviación estándar de $s = 0.021$.

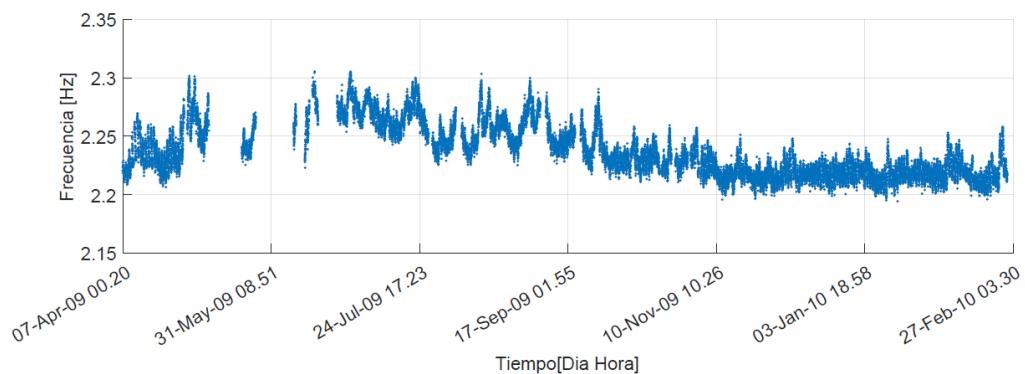


Fig. 7 – Primera frecuencia observada, antes del sismo del 27-feb-2010, entre 2.19 Hz y 2.31 Hz

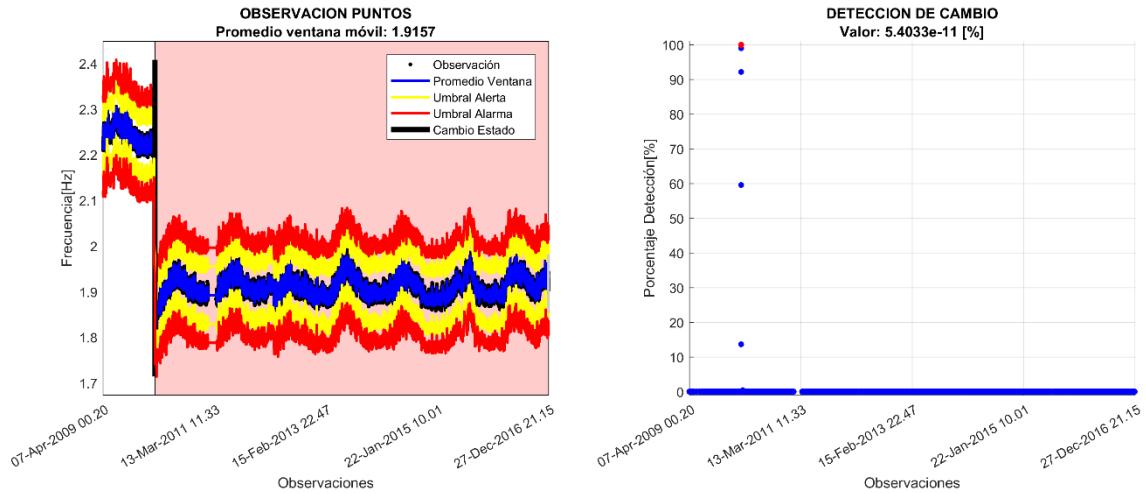


Fig. 8 – Detección de cambio para la primera frecuencia, considerando 10 observaciones

Segunda frecuencia observada

La segunda frecuencia observada tiene un rango, entre 2.58 Hz y 2.71 Hz, antes del sismo, Fig. 9. En la señal existen oscilaciones entre el día y la noche, y variaciones estacionarias, que son similares a lo observado en la primera frecuencia. Del análisis estadístico se considera un valor a priori para la media de $\bar{x} = 2.63$ y una desviación estándar de $s = 0.020$. La detección de cambio se muestra en la Fig. 10.

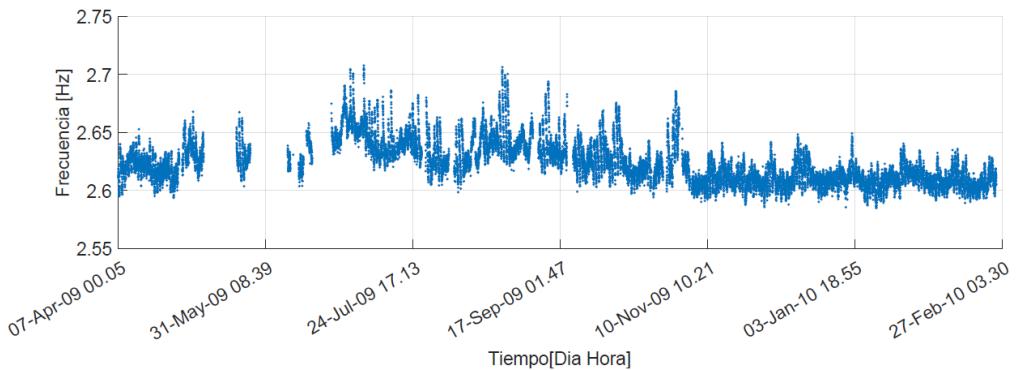


Fig. 9 – Segunda frecuencia observada, antes del sismo del 27-feb-2010, entre 2.58 Hz y 2.71 Hz

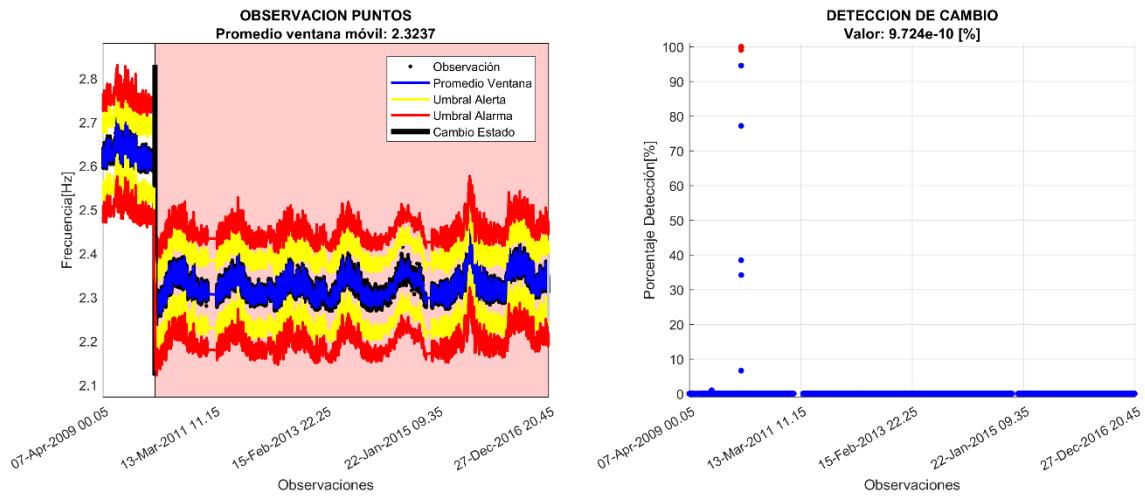


Fig. 10 – Detección de cambio para la segunda frecuencia observada

Tercera frecuencia observada

La tercera frecuencia observada tiene un rango, entre 2.93 Hz y 3.08 Hz, antes del sismo, Fig. 11, existiendo varios cortes de servicio entre mayo y junio de 2010. Del análisis estadístico se considera un valor a priori para la media de $\bar{x} = 2.99$ y una desviación estándar de $s = 0.020$. La detección de cambio se muestra en la Fig. 12.

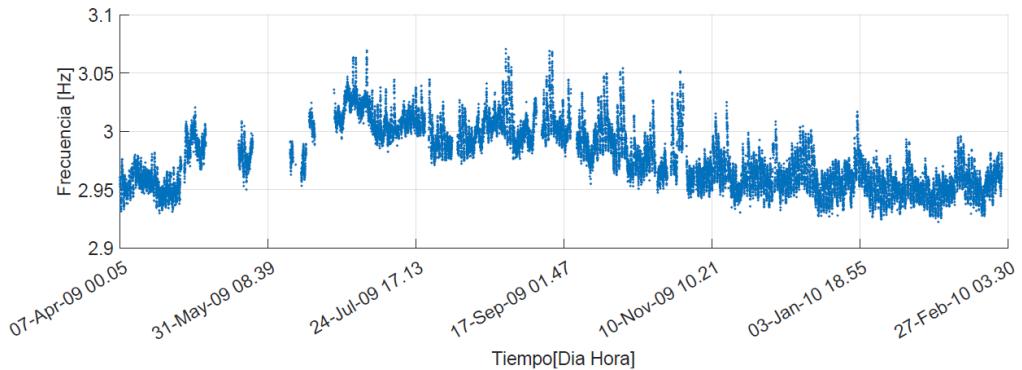


Fig. 11 – Tercera frecuencia observada, antes del sismo del 27-feb-2010, entre 2.93 Hz y 3.08 Hz

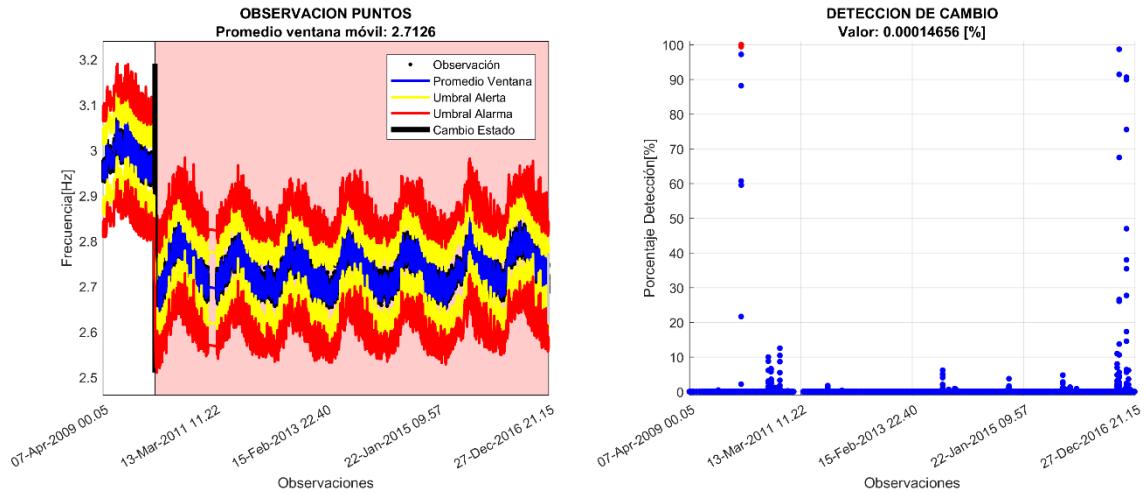


Fig. 12 – Detección de cambio para la tercera frecuencia observada

Cuarta frecuencia observada

La cuarta frecuencia observada tiene un rango, entre 6.19 Hz y 6.52 Hz, antes del sismo, Fig. 13. Del análisis estadístico se considera un valor a priori para la media de $\bar{x} = 6.35$ y una desviación estándar de $s = 0.038$. La detección de cambio se observa en la Fig. 14.

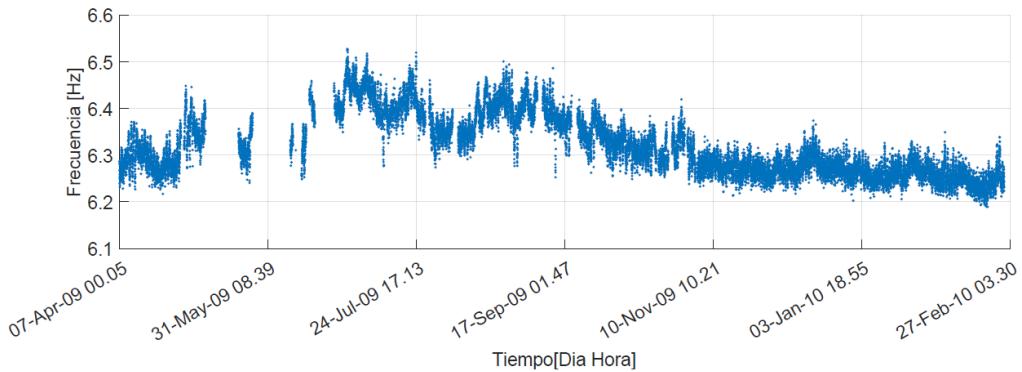


Fig. 13 – Frecuencia observada, antes del sismo del 27-feb-2010, entre 6.19 Hz y 6.52 Hz

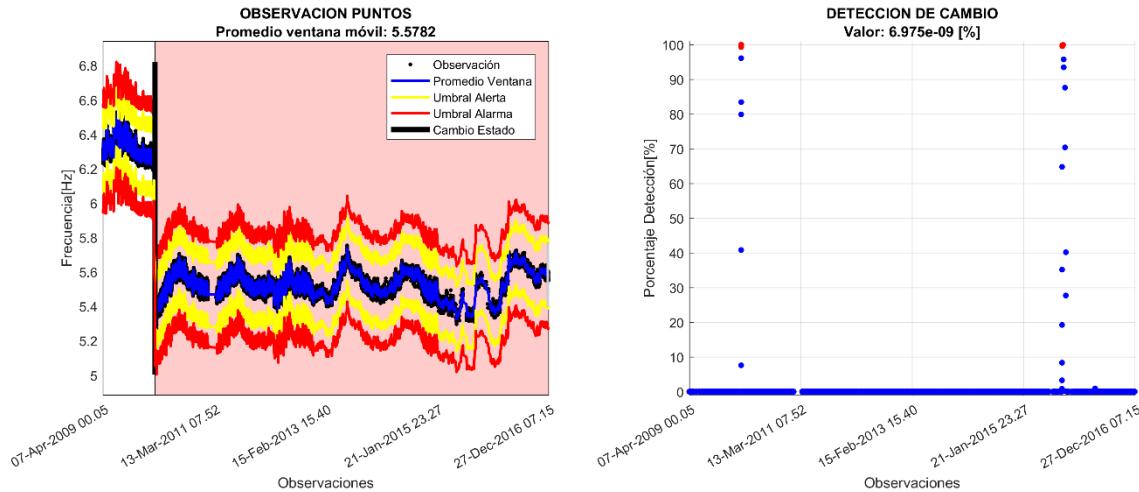


Fig. 14 – Detección de cambio para la cuarta frecuencia observada

En las Fig. 8, Fig. 10, Fig. 12 y Fig. 14, correspondientes a la primera, segunda, tercera y cuarta frecuencia observada en el edificio de la Torre Central de la FCFM, se ha detectado con éxito la detección de cambio en la estructura para cada modo de manera individual, validando la efectividad del método.

4 Conclusiones

Del análisis de la detección de cambio, se observa que:

1. Es posible detectar cambio de estado en una señal sinusoidal con un cambio en la media tan pequeño como un 1.3%, bajo condiciones de perturbación ambiental y ruido de observación.
2. Es posible detectar el cambio de estado ocurrido después del terremoto del 27 de febrero de 2010, en todas las frecuencias observadas; este hecho se debe a la magnitud de cambio observado en la señal.
3. Durante las mediciones estacionales, otoño-invierno, existe una mayor sensibilidad a detectar modificaciones en la estructura sin que esto corresponda a un cambio de estado en la estructura.
4. No se observa un cambio de estado debido al terremoto de Illapel del 16 de septiembre de 2016.
5. El análisis de la Fig. 12, muestra la presencia de varios cambios de estado asociados al cambio de temperatura entre invierno y verano, por lo que la detección de alertas está localizada principalmente en períodos de otoño-invierno.

Referencias

- [1] S. M. Kay., Fundamentals of statistical signal processing, vol. ii: Detection, NJ: Prentice Hall, 1998.
- [2] D. S. Wilks, Statistical methods in the atmospheric sciences, Academic Press, 2011.